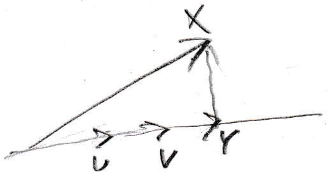
PROJECTION

- Projection Y d'un vecteur X sur la droite engendrée par v.

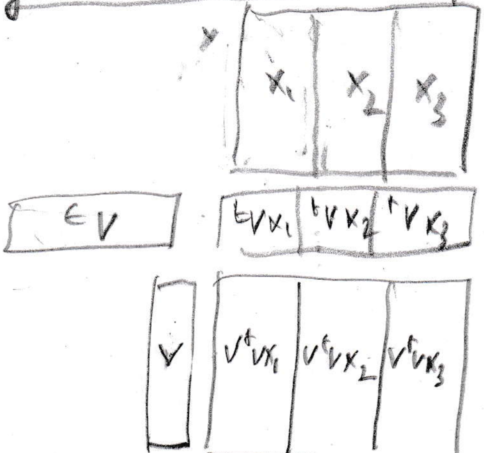


soit $u = \frac{v}{\|v\|}$ vecteur de norme 1 de même direction que v

Alors $Y = u.X\,u = {}^t u\, X\, u = \frac{{}^t v}{\|v\|} X \frac{v}{\|v\|} = \frac{{}^t v X v}{\|v\|^2} = \frac{{}^t v X v}{{}^t v v} = {}^t v X v ({}^t v v)^{-1}$

$= \underbrace{v({}^t v v)^{-1}\,{}^t v}_{\text{projection}/v}\, X$

généralisation X = plusieurs vecteurs (tableau de données)

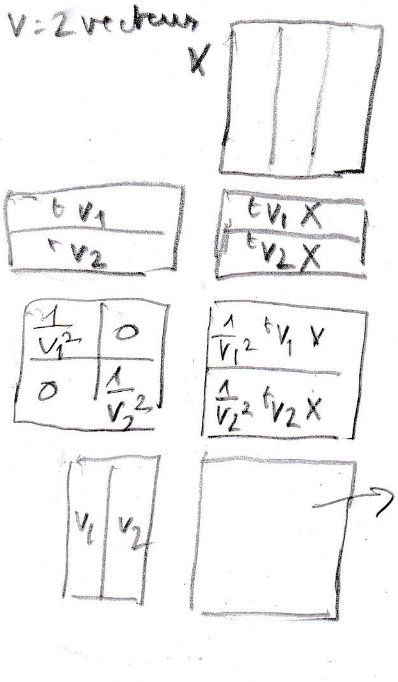


généralisation V = plusieurs vecteurs (base d'un sous-espace)

$Y = V({}^t V V)^{-1}\,{}^t V X = v_1({}^t v_1 v_1)^{-1}\,{}^t v_1 X + \dots + v_n({}^t v_n v_n)^{-1}\,{}^t v_n X$

démonstration dans le cas où les vecteurs de V sont orthogonaux

ex: V = 2 vecteurs



voir "Statistique exploratoire multidimensionnelle" (Édition DUNOD)

page 42 ; $P_x = X(X'X)^{-1}X'$

$\to v_1 \frac{1}{v_1^2}\,{}^t v_1 X + v_2 \frac{1}{v_2^2}\,{}^t v_2 X$

$= v_1({}^t v_1 v_1)^{-1}\,{}^t v_1 X + v_2({}^t v_2 v_2)^{-1}\,{}^t v_2 X$